

Rotary-Vortrag vom 18. November 1991

Der Musiker im Mathematiker

Ihre Einladung, zu Ihnen zu sprechen, war für mich der Anlass, meine Gedanken zu jener Frage zu ordnen, die mir in meinem Leben fast am häufigsten gestellt worden ist. Sie lautet: Wie kann man nur??

Wie kann man nur etwas so Schönes wie die Musik kombinieren mit etwas derart Trockenem, wie es die Mathematik ist? Wie verträgt sich die berauschte Gefühlsseligkeit der Musik mit der nüchternen Genauigkeit der Mathematik?

Der Berufsmusiker wird wohl im Alltag der berauschten Gefühlsseligkeit seiner Muse ähnlich gegenüberstehen wie ein Schönheitschirurg der weiblichen Schönheit, doch wollen wir gelten lassen, dass sich auch Schönheitschirurgen verlieben können.

Mehr sagen möchte ich zur nüchternen Genauigkeit der Mathematik: Mir scheint, dass hier oft das Handwerk mit dem Zweck verwechselt wird, sozusagen Grammatik und Orthographie mit der Dichtkunst. Landläufig herrscht der Glaube, Mathematiker seien besonders gute Rechner. Dies mag auch oft zutreffen, doch möchte ich ihnen eine Anekdote über den kleinen Carl Friedrich Gauss erzählen, die den Unterschied recht klar zeigt. Gauss war der seltene Fall eines Volksschülers, der seinen Lehrer damit zur Verzweiflung brachte, dass er immer gleich fertig war mit den Aufgaben. Schließlich hieß ihn dieser, alle Zahlen von eins bis tausend zu addieren und hoffte nun, eine Viertelstunde Ruhe zu haben. Doch da Gauss eben ein Mathematiker war, führte er nicht diese neunhundertneunundneuzig Additionen aus. Er reduzierte die Aufgabe auf eine Addition und eine Multiplikation und brachte nach einer Minute seinem geplagten Lehrer strahlend das Resultat: 500500.

Dieses Zusammenspiel von Idee, Inspiration mit genauem Handwerk scheint mir Musikern und Mathematikern gemeinsam. Denken sie etwa an die zweite Symphonie von Brahms, jenes Werk reinster Poesie, im sommerlichen Pörschach am Wörthersee entstanden, das so stark Wärme und Licht des Kärntner Sommers atmet. Das Stück beginnt mit den drei Noten d-cis-d, also einem Sekundschritt nach unten und der Rückkehr zum Ausgangston. Dieses Motto der Symphonie taucht im Hauptthema, im Überleitungsthema, in den Begleitfiguren zum Seitenthema auf, es bestimmt das berühmte Oboenthema des dritten Satzes, aus dem dieser ganze Satz abgeleitet wird, und auch das Finale ist fast zur Gänze aus diesem Motto gearbeitet. Ich weiß nicht, soll man die penible motivische Ökonomie, die fast schulmeisterlich anmutete, wenn sie nicht so meisterhaft wäre, mehr bewundern oder den Gesamteindruck heller Poesie.

Die freie Idee, die Kühnheit, des Einfalls, das gibt es auch in der Mathematik. Sie erinnern sich, wir alle haben in der Schule gelernt: Quadratzahlen sind positiv. Umgekehrt ausgedrückt: negative Zahlen haben keine Quadratwurzel. Also erfinden wir halt welche. Wir

erfinden eine imaginäre Zahl, die Zahl i , die mit sich selbst multipliziert -1 ergibt. Ab hier beginnt das Handwerk (durchsetzt mit weiteren inspirierten Ideen) und führt zu wunderschönen Resultaten. Wissen sie noch, wie wir bei den quadratischen Gleichungen lösbar und unlösbar hatten, wie wir da eine Diskriminante berechnen mussten. Nun wird alles viel einfacher: Jedes Quadratische Polynom hat zwei Nullstellen (für die Mathematiker unter ihnen: mit Vielfachheiten gezählt!), jedes Polynom 37-ten Grades hat 37 Nullstellen, usw. Lassen sie mich noch ein Resultat anführen, das für den Mathematiker von geradezu berausender Schönheit ist: dass die Null und die eins ganz besondere Bewohner der Zahlenwelt sind, werden sie mir glauben. Ich möchte auch noch die zwei prominentesten nicht-rationalen Zahlen bemühen, nämlich π (das Verhältnis von Kreisumfang zu Durchmesser) und e (die Basis der Exponentialfunktion, jener Funktion, die gleich ihrer eigenen Ableitung ist). Mithilfe dieser imaginären Zahl i erhalten wir die wunderschöne Beziehung

$$1 + e^{i\pi} = 0$$

Inspiration und Handwerk sind sozusagen der ernste Teil der Mathematiker-Musikerseele. Genauso wichtig scheint mir der unernste. Im Deutschen wie im Französischen, im Englischen wie im Russischen spielen die Musiker wie die Kinder. Aber welche Wissenschaft hat eine derartige Affinität zum Spielen, dass sie sogar eine Abteilung „Spieltheorie“ unterhält? Sie erlauben mir im rotarischen Kreise diese rhetorische Frage: Es ist ein Kind im Manne, das will spielen, Denksport, Unterhaltungsmathematik, Unterhaltungsmusik. Doch ach, Unterhaltungsphilosophie, Unterhaltungsjuristerei und Unterhaltungsmedizin nicht noch nicht erfunden, und leider auch nicht Unterhaltungstheologie!

Soviel zur Seelenverwandtschaft von Musiker und Mathematiker. Erlauben sie mir noch einige Worte zur Beziehung zwischen ihren Künsten. Die septem artes liberales, die sieben freien Künste waren die drei „tri-vialen“ (Grammatik, Rhetorik, und Dialektik) sowie die vier Künste des Quadriviums, nämlich Geometrie, Arithmetik, Astronomie und Musik. Diese Ansammlung mag im ersten Augenblick reichlich zufällig wirken, ist es aber nicht. Es herrschen zwei Ordnungsprinzipien. Das eine ist: absolute Größe versus relative Größe oder Größenverhältnis. Das andere: materielle Ebene versus geistige Ebene. Bleiben wir zunächst auf der materiellen Ebene. Die Wissenschaft der absoluten Größen ist die Landvermessung, die Geometrie, jene der Größenverhältnisse im Beobachtbaren die Astronomie. Auf der rein geistigen Ebene ist die absolute Größe die Zahl, wir haben also die Zahlentheorie, das rein geistige Größenverhältnis dagegen ist die Musik. Pythagoras, gleichviel, ob er je gelbt hat oder nicht, hat jedenfalls entdeckt, dass die musikalischen Intervalle Saitenlängenverhältnissen entsprechen. Modern ausgedrückt lautet seine Erkenntnis: Die Schwingungszahl wächst exponentiell mit unserer Tonhöhenwahrnehmung. Oder auch: unsere Wahrnehmung steht in logarithmischer Beziehung zur Wirklichkeit. Dies wird uns etwa anhand folgender Denksportaufgabe bewusst: Ein Teich wird nach und nach von Seerosen bedeckt, die ihre Fläche jeden Tag verdoppeln. Nach zehn Tagen ist er gänzlich zugewachsen: wann war er zur Hälfte bedeckt? Wenn der Teich unsere Welt und die

Seerosen die Weltbevölkerung sind, dann erhält unsere logarithmische Wahrnehmung einen bedrohlichen Aspekt.

So weit ist allerdings Pythagoras nicht gegangen. Dass die Zahl Ursprung aller Dinge und Schlüssel zur Erklärung der Welt sei, wirkt noch heute oder genauer heute wieder nach. Die Wiener Musikhochschule unterhält sogar ein eigenes Institut, das in diese Richtung forscht und lehrt, das Institut für harmonikale Grundlagen.

Doch es wäre falsch, die Beziehungen zwischen Musik und Mathematik nur in der Vergangenheit zu sehen, haben doch Mathematiker entdeckt, dass sich nicht nur die Physik, sondern auch die Musiktheorie mit den Mitteln der Mathematik formulieren lässt; und umgekehrt haben die Musiker entdeckt, dass der Computer ein taugliches Musikinstrument ist und beschäftigen sich mit Informatik.

So entdecken sie den Mathematiker im Musiker. Der Musiker im Mathematiker und der Mathematiker im Musiker, das hat so etwas von diesen russischen Steckpuppen an sich, die man sich als Mathematiker immer unendlich vorstellt, weshalb es mir dringend geboten scheint, meine Ausführungen zu beenden.